



○Dạng ① Chứng minh hai mặt phẳng song song, đường thẳng song song mp

📁 Phương pháp 1

✧ Cơ sở của phương pháp chứng minh hai mặt phẳng (α) và (β) song song nhau là:

Ta phải chứng minh có hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng này lần lượt song song với mặt phẳng kia.

- Bước 1: Chứng minh mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau lần lượt song song với hai đường thẳng a', b' cắt nhau trong mặt phẳng (β) .
- Bước 2: Kết luận $(\alpha) \parallel (\beta)$ theo điều kiện cần và đủ.

📁 Phương pháp 2

- Bước 1: Tìm hai đường thẳng a, b cắt nhau trong mặt phẳng (α) .
- Bước 2: Lần lượt chứng minh $a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\beta)$
- Bước 3: Kết luận $(\alpha) \parallel (\beta)$.



BÀI 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng: $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, ON, SB . Chứng minh: $PQ \parallel (SBC)$, $(OMR) \parallel (SCD)$

📌 Lời giải

a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$

Trong hai tam giác SAC và SDB có

$OM \parallel SC$ và $ON \parallel SB$ (đường trung bình của tam giác)

$$\text{Có } \begin{cases} OM, ON \subset (OMN) \\ SB, SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$

b) Chứng minh: $PQ \parallel (SBC)$

Có $OP \parallel AD$ mà $MN \parallel AD$ suy ra. Suy ra $OP \parallel MN$

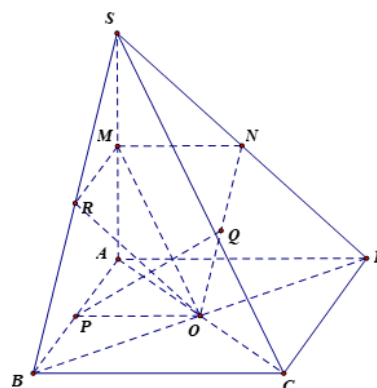
$P \in (OMN) \Rightarrow PQ \subset (OMN)$

Vì $(OMN) \parallel (SBC) \Rightarrow PQ \parallel (SBC)$

• Chứng minh: $(OMR) \parallel (SCD)$

Ta có $MR \parallel AB$ mà $AB \parallel CD$, suy ra $MR \parallel CD$. Và có $OM \parallel SC$

Vì $MR, OM \subset (OMR)$ và $CD, SC \subset (SCD)$. Từ đó suy ra $(OMR) \parallel (SCD)$



BÀI 2

Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF có chung cạnh AB và không đồng phẳng. I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, EF. Chứng minh:

- a) $(ADF) \parallel (BCE)$ b) $(DIK) \parallel (JBE)$

□ Lời giải

a) $mp(ADF) \parallel mp(BCE)$:

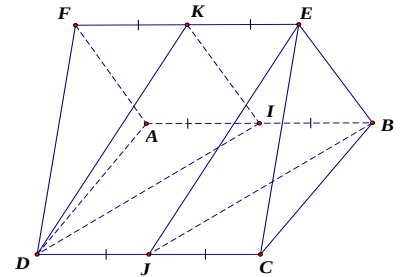
Ta có $AF \parallel BE$ và $AD \parallel BC$. Mà

$AF, AD \subset (ADF)$ và $BE, BC \subset (BCE)$. Từ đó suy ra $(ADF) \parallel (BCE)$

b) $mp(DIK) \parallel mp(JBE)$

Để dàng chứng minh hai tứ giác BIDJ và BIKE là hình bình hành.

Từ đó suy ra $DI \parallel BJ$ và $IK \parallel BE$. Suy ra $mp(DIK) \parallel mp(JBE)$.



○ Dạng 2 Xác định thiết diện cắt hình chóp bởi mp song song với 1 mp của chóp

📁 Phương pháp

- Vì (α) song song với mặt phẳng, suy ra (α) song song với mọi đường thuộc mặt phẳng đã biết.
- Sau đó tìm giao tuyến của (α) với các mặt của khối chóp. Dựa vào tính chất:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (P) \\ (\alpha) \parallel d \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (P) = Mx \parallel d.$$

BAI 1

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, $AB = a, AD = 2a$

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

b) Gọi M là điểm di động trên cạnh AB với $AM = x (0 < x < a)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (SAD) . Tìm thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp S.ABCD.

▣ Lời giải

$$a) \forall (\alpha) \parallel (SAD) \Rightarrow \begin{cases} (\alpha) \parallel SD \\ (\alpha) \parallel SA \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$$

Do $\begin{cases} (\alpha) \parallel AD, AD \subset (ABCD) \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của mp(α) với mp(ABCD) qua M và song song với AD, giao tuyến này cắt CD tại N.

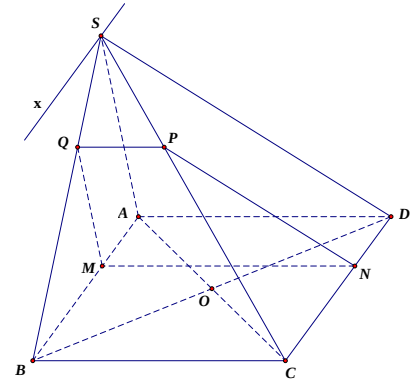
Do $\begin{cases} (\alpha) \parallel SD, SD \subset (SCD) \\ N \in (\alpha) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của mp(α) với mp(SCD) qua N và song song với SD, giao tuyến này cắt SC tại P.

Do $\begin{cases} (\alpha) \parallel SA, SA \subset (SAB) \\ M \in (\alpha) \cap (SAB) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của mp(α) với mp(SAB) qua M và song song với SA, giao tuyến này cắt SB tại Q.

$$\text{Ngoài ra có } \begin{cases} PQ = (\alpha) \cap (SBC) \\ (\alpha) \parallel BC \parallel AD \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel BC \parallel AD.$$

b) Theo câu a)

Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang MNPQ, do $MN \parallel PQ \parallel BC \parallel AD$.



☼ Ví dụ 2

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, O là giao điểm hai đường chéo, $AC = a, BD = b$, tam giác SBD đều.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

b) Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD, SCD. Chứng minh GG' song song với mặt phẳng (SAC).

▣ Lời giải

$$a) \text{ Có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC.$$

b) Gọi E trung điểm của CD. Xét trong $\triangle SAE$, theo tính chất trọng tâm có:

$$\frac{EG}{EA} = \frac{EG'}{ES} \Rightarrow GG' \parallel SA \text{ (Tính chất Talét)}, \text{ mà } SA \subset (SAC) \Rightarrow GG' \parallel (SAC).$$

